

**Сайттарды құру бойынша оқыту интернет-порталын әзірлеу**

Мақалада сайттарды құру бойынша авторлық ақпараттық-оқыту жүйесінің талдауы ұсынылған. Бұл жүйе пайдаланушыны web-программалау негіздерімен және WordPress, OpenCart – танымалы басқару жүйелерімен (Content management system CMS) таныстыратын электрондық курсты қамтиды. Сайттар дамытуға дайын жүйені пайдалану сайт дамыту үшін қаржылық және уақыт шығындарын айтарлықтай азайтады, өйткені CMS аясында қажетті функциялардың көпшілігі қазірдің өзінде жүзеге асырылған.

**Түйін сөздер:** web-әзірлеме, сайт, Content management system.

**RESUME**

**D.E. Tsapenko**

Innovative University of Eurasia (Pavlodar)

**Development of traing web portal for web-sites creation**

In the article the analysis of the author's educational information system for web-sites creation is presented. This system contains the electronic course acquainting the user with bases of web programming and popular Content management systems (CMS) such as WordPress, OpenCart. Use of turnkey system for development of web-sites reduces financial and time expenditure for its crestion because the most part of necessary functions is already done by CMS.

**Key words:** web-development, web-site, Content management system.

УДК 669.184.125

**С.Н. Шарая**, кандидат физико-математических наук,

**Е.Ю. Налётенко**

Инновационный Евразийский университет (г. Павлодар).

E-mail: kaf\_ivt@mail.ru

**Метод интегральных преобразований  
в задачах о промерзании грунта**

**Аннотация.** Методом интегральных преобразований исследуется процесс нагревания и охлаждения тел. В результате теоретических расчетов установлен режим промерзания грунта в зависимости от температуры окружающей среды. Преобразование Лапласа находит практическое применение при определении температурных полей, строящихся бетонных плотин, строительных площадок.

**Ключевые слова:** уравнение теплопроводности, интегральные преобразования, нагревание и охлаждение тел, дифференциальное уравнение.

Для многих решения задачи теплопроводности, получаемые классическими методами, не всегда удобны для практического использования. В связи с этим, наряду с классическими методами, в инженерных расчетах используются приближенные методы. В последнее время широкое распространение получили операционные методы решения.

Метод преобразования Лапласа состоит в том, что изучается не сама функция (оригинал), а ее видоизменение (изображение). Это преобразование осуществляется при помощи умножения на экспоненциальную функцию и интегрирования ее в определенных пределах. Поэтому преобразование Лапласа является интегральным преобразованием.

Применение преобразования Лапласа к решению уравнения теплопроводности имеет ряд преимуществ перед классическими методами интегрирования. Во-первых, этот метод однотипен для задач различного характера и различных форм тела; во-вторых, преобразование Лапласа можно применять при граничных условиях всех типов; в-третьих, этот метод позволяет особенно легко решать задачи с простыми начальными условиями, а используемые теоремы дают возможность получить решение в форме, удобной для расчета при малых и больших значениях времени.

Однако, при использовании метода преобразования Лапласа могут возникнуть трудности, связанные с обратным преобразованием при рассмотрении многомерных задач.

Методом интегрального преобразования Лапласа рассмотрено решение задачи об охлаждении полуограниченного тела.

В начальный момент времени температура полуограниченного тела постоянная и равна  $U_0$ . Начиная с момента времени  $t = 0$  и во время всего процесса на поверхности полуограниченного тела поддерживается постоянная температура  $U_c$ . Необходимо найти распределение температуры в пластине в любой точке и в любой момент времени.

Математически задача формулируется следующим образом [1]. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где

$$t > 0; \quad 0 < x < \infty; \quad a = \text{const}$$

при краевых условиях

$$U(x; 0) = U_0 = \text{const} \quad (2)$$

$$U(\infty; t) = U_c = \text{const} \quad (3)$$

перепад температуры в бесконечно удаленной точке отсутствует:

$$\frac{\partial U}{\partial x}(\infty; t) = 0. \quad (4)$$

Интегральное преобразование Лапласа записывается в виде:

$$U(x; t) \stackrel{\sim}{=} \int_0^{\infty} U(x; t) e^{-pt} dt = V(x; p).$$

Если к левой части уравнения (1) применить теорему о дифференцировании оригинала функции, то исходное уравнение (1) можно записать:

$$pV(x; p) - U_0 = a \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}.$$

Таким образом, уравнение в частных производных (1) превращается для изображения  $V(x, p)$  в обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, при этом используется начальное условие (2).

В изображениях уравнение (1) записывается в виде:

$$V''(x; p) - \frac{p}{a} \left( V'(x; p) - \frac{U_0}{p} \right) = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) - однородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно неизвестной функции  $\left( V(x; p) - \frac{U_0}{p} \right)$ .

Для его решения используется метод Эйлера, составлено соответствующее характеристическое уравнение

$$k^2 - \frac{p}{a} = 0$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{p}{a}}, \quad k_2 = -\sqrt{\frac{p}{a}}.$$

Общее решение уравнения (5):

$$V(x, p) - \frac{1}{p} U_0 = C_1 e^{\sqrt{\frac{p}{a}} x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} x},$$

$C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий (3), (4), которые в изображениях имеют вид:

$$V(x, p) \Big|_{x=0} = \frac{U_c}{p}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \infty} = \frac{dV}{dx} \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (7)$$

Из условия (7) следует, что при  $x \rightarrow \infty$

$$\frac{dV}{dx} = C_1 \sqrt{\frac{p}{a}} e^{\sqrt{\frac{p}{a}} x} - C_2 \sqrt{\frac{p}{a}} e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} x} = 0,$$

что возможно при условии  $C_1 = 0$ .

Таким образом,

$$V(x, p) \Big|_{x=0} = C_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} x} + \frac{U_0}{p},$$

при  $x = 0$

$$V(x, p) \Big|_{x=0} = C_2 + \frac{U_0}{p},$$

из условия (6) следует, что  $\frac{U_c}{p} - \frac{U_0}{p} = C_2$ , или  $C_2 = \frac{U_c - U_0}{p}$ .

Следовательно, решение в изображениях запишется в виде:

$$V(x, p) \Big|_{x=0} = \frac{U_c - U_0}{p} e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} x} + \frac{U_0}{p}.$$

Для нахождения оригинала, используем таблицу соответствия [2], тогда

$$U(x, t) \Big|_{x=0} = (U_c - U_0) \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} + U_0 \quad (8)$$

где  $\operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} = 1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{at}}$ .

Решение уравнения (1) с условиями (2), (3), (4) имеет вид:

$$\frac{U(x, t) \Big|_{x=0} - U_c}{U_c - U_0} = \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{at}} \right). \quad (9)$$

Относительная избыточная температура  $\theta$  определяется формулой

$$\theta = \frac{U(x,t) - U_c}{U_0 - U_c} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) = \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}}\right), \quad (10)$$

где  $\operatorname{erf}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$  - функция ошибок Гаусса,

$$Fo_x = \frac{at}{x^2} - \text{число Фурье для координаты } x. \quad (11)$$

Графики зависимости между относительной избыточной температурой  $\theta$  и числом Фурье для малых и больших чисел Фурье приведены в работах Лыкова А.В., Карслоу Х.С., Егера Д.К. [2, 3].

Задача на нагревание и охлаждение тел имеет важное техническое и промышленное применение.

Определим температуру земли на глубине 0,04 м., которая до похолодания была равномерно прогрета до 15 °С. Внезапное похолодание понижает и в дальнейшем сохраняет поверхностную температуру земли при -23 °С. Коэффициент теплопроводности земли  $a = 8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{час}$ , время охлаждения равно трем часам.

При решении задачи пренебрегаем скрытыми теплотами и считаем, что температура воздуха внезапно понизилась и в дальнейшем сохранялась при температуре -23 °С.

Полагая  $U_0 = -23^\circ\text{C}$ ,  $U_c = 15^\circ\text{C}$ ,  $x = 0,04 \text{ м}$ , можно по формуле (11) вычислить параметр Фурье

$$Fo_x = \frac{at}{x^2} = \frac{8 \cdot 10^{-5} \cdot 3}{(0,04)^2} = 0,15.$$

По графику зависимости избыточной температуры  $\theta$  от числа Фурье [2] находим, что  $\theta = 0,45$ . Температуру замерзания на глубине 0,04 м определим по формуле (10):

$$\frac{U(x,t) - 15}{-23 - 15} = 0,45; \quad U(x,t) = -2,1^\circ\text{C}.$$

Температура земли после трехчасового охлаждения на глубине 0,04 м установилась равной -21 °С.

Рассмотренный метод преобразования Лапласа можно использовать в таких задачах как охлаждение бетона, сварка, таяние, а также в строительстве и в ряде геологических расчетов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. - М.: Высшая школа, 2003. - 254 с.
- 2 Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. - 598 с.
- 4 Карслоу Х.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. - М.: Наука, 1964. - 272 с.

#### REFERENCES

- 1 Sabitov K.B. Uravneniya matematicheskoy fiziki. - M.: Vysshaya shkola, 2003. - 254 s.
- 2 Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti. - M.: Vysshaya shkola, 1967. - 598 s.
- 3 Karslou Kh.S., Eger D.K. Teploprovodnost tverdykh tel. - M.: Nauka, 1964. - 272 s.

#### ТҮЙІН

**С.Н. Шарая**, физика-математика ғылымдарының кандидаты,

**Е.Ю. Налётенко**

Инновациялық Еуразия университеті (Павлодар қ.)

#### Топырақтың қатуы туралы есептердегі интегралды түрлендіру әдісі

Денелерді қыздыру және суыту процесі интегралды түрлендіру әдісі арқылы зерттеледі. Теориялық есептеулер нәтижесінде қоршаған орта температурасына байланысты топырақтың қатып қалу режимі белгілі болды. Лапласың түрленуі құрылыстағы бетон плотиналарының, құрылыс алаңдарының температуралық өрісін анықтау барысында тәжірибеде қолдануға мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** жылуді өткізгіштік теңдеуі, интегралды түрлендіру, денелерді қыздыру және суыту, дифференциалды теңдеу.

**RESUME**

*S.N. Sharaya, candidate of Phisico-Mathematical Sciences*

*E.Yu. Naletenko*

*Innovative University of Eurasia (Pavlodar)*

***Integral transformations method in soil freezing problems***

*The method of integral transformations is used to study the process of bodies heating and cooling. As a result of theoretical calculations the regime of soil freezing depending on the ambient temperature was established. Laplace transformation is practically used to determing patterns temperature of constructed concrete dams, building grounds.*

**Key words:** *heat equation, integral transformations, heating and cooling of bodies, differential equation.*